

〈論文〉

(受理：昭和56年7月9日)

# 引張り荷重下の鋼のスカーフ ジョイントの応力解析

鈴木靖昭<sup>\*</sup>，松本 淳<sup>\*</sup>，小幡 鍊<sup>\*</sup>

## Stress Analysis of Adhesive Scarf Joints of Steel Plates Loaded in Tension

Yasuaki SUZUKI, Jun MATSUMOTO, and Ren OBATA

Nippon Sharyo Seizo Kaisha, Ltd.

1-1, Sanbonmatsu-cho, Atsuta-ku, Nagoya, 456-91 Japan

### Abstract

Stresses on adhesive scarf joints of steel plates have been analyzed by a two-dimensional finite element method (plane strain case), and investigation of Lubkin's analysis has been made. Stresses in adhesive layers at distances greater than several times the layer thickness from the free surfaces are uniform, and these values can be analytically obtained by taking account of the tensile stress caused by complete restraint of contraction of layer in the direction of interface. At 52.47 deg. of scarf angle between the interface and the axis of joint ( $\theta$ ) obtained by Lubkin's equation, stresses are completely uniform throughout the joint. The maximum values of the maximum principal stress and the octahedral shear stress appear at the corners of free ends of the layer, and stress concentration factor increases with the change of  $\theta$  from 52.47 deg.. Stress distributions in the vicinity of free surfaces show mutual similarity provided the aspect ratios of the adhesive layers are greater than 10 or 20. Progresses of cracks in brittle adhesive layers are estimated from directions of maximum principal stresses and observations of fracture surfaces of adhesive layers. Influence of Young's modulus of adhesive on the stress distributions in the layer is small and that of Poisson's ratio is comparatively large.

(Received: July 9, 1981)

### 要 旨

引張り荷重下の鋼のスカーフジョイントの2次元応力解析を有限要素法により行ない、さらにLubkinの解析に対し検討を加えた。接着層における応力は、自由端から接着層厚さの数倍内側へ入った点までを除く大部分においてはほとんど一定で、その値は接着層の長さ方向の収縮が完全に拘束されるために生じる引張り応力を考慮することにより解析的に求めることができた。Lubkinの式により求めた接着面と軸方向とのなすスカーフ角度 $\theta$ が52.47°においては、継手全体にわたり全く均一な応

力分布を示した。接着層における最大主応力および八面体せん断応力の最大値は自由端角において生じ、その値の一定応力域における応力に対する比(応力集中係数)は $\theta$ が52.47°からずれるほど大きくなった。接着層のアスペクト比(長さ/厚さ)が異なると、自由端付近の応力分布はその比がおよそ10~20( $\theta$ により異なる)以上であれば互いにほぼ相似となった。最大主応力の方向および接着層の破面の観察により、ぜい性接着層の破壊の経過を推定した。接着層内の応力分布に対し、接着剤のヤング率の与える影響は少なく、ポアソン比は比較的大きな影響をおよぼした。

\* 日本車輛製造株式会社

名古屋市熱田区三本松町1番1号 〒456-91

## 1. 緒 言

スカーフジョイント、バットジョイントなどの接着継手の破壊がどのような条件のもとに起こるかということ、すなわち破壊基準の検討には継手の応力分布を正しく知ることが必要である。スカーフジョイントの応力解析には、まず接着層の厚さ方向の応力を一定としたLubkinの解析<sup>1)</sup>をはじめとする報告<sup>2,3)</sup>および辻、島田<sup>4)</sup>の光弾性による引張りおよび曲げ荷重下の応力分布の研究がある。また比較的大きなスカーフ角度(継手の軸方向と接着面とのなす角)をもつ継手に対する2次元応力分布<sup>5)</sup>および永弘、能野<sup>6)</sup>による小さなスカーフ角度をもつ継手に対する1次元応力分布の解析解がある。さらに有限要素法による解析としては、厚さ方向の要素分割を1列とした解析<sup>7,8)</sup>、および松田、山口<sup>9,10)</sup>によるスカーフ角および被着材(異種)と接着剤のヤング率の比が2次元応力分布におよぼす影響についての研究がなされている。

一方バットジョイントの応力解析には、被着材を剛体としてAiryの応力関数を用いた小島、井上<sup>11)</sup>および斎藤<sup>12)</sup>の2次元解析がある。後者はあらい剛体平面で圧縮される弾性平板の解析であるが、バットジョイントの引張りおよび圧縮と全く等価である。前者に比べ後者の方が複雑な応力関数を用いており、接着層境界の自由端付近でかなり大きな応力集中がみられ(自由端では無限大と思われる)、光弾性および有限要素法による解析結果により近い値を示している。また剛体の円柱または円筒のバットジョイントについて、接着層における応力の解析解<sup>13~16)</sup>が報告されている。さらに光弾性による研究は辻、島田<sup>4)</sup>、辻<sup>17)</sup>、およびMylonas<sup>18)</sup>により、有限要素法による解析はHarrisonら<sup>19)</sup>、Alwarら<sup>20)</sup>、Adamsら<sup>21)</sup>、および杉林、池上ら<sup>15)</sup>によりそれぞれ行なわれている。また接着層の塑性変形が十分進んだ後の応力解析が増岡、中尾<sup>22)</sup>により行なわれている。

ところで前報<sup>23)</sup>においては、スカーフジョイントの接着層断面を長方形で近似し、被着材を剛体と仮定して小島・井上式<sup>11)</sup>を応用して応力分布を求めたが、その近似モデルと実際の継手との間の物理的および幾何学的条件の差はスカーフ角が小さな場合ほど大となる。そこで本報告では鋼のスカーフジョイントおよびバットジョイントについて有限要素法により2次元応力解析を行ない、スカーフ角度、接着層の厚さに対する長さの比(アスペクト比)、接着剤のヤング率およびポアソン比が応力分布にどのような影響を与えるかを検討した。従来の光弾性あるいは有限要素法による解析は、ほとんどが接着層のアスペクト比が実際の継手における値(およそ100以

上)よりかなり小さい場合(数倍~数十倍)について行なわれているのみであるため、本報告では引張りまたは圧縮の場合のような均一応力を加えた時、接着層自由端付近の応力分布には相似性があることを見出し、アスペクト比の小さな場合の解析結果がアスペクト比の大きな実際の接着層における応力分布に拡張できることを示す。また接着層中央部の一定応力域における応力の近似値を与える式を導いて有限要素法による解に検討を加え、さらに継手全体に均一応力を与えるスカーフ角度の計算式などLubkinの解析結果<sup>1)</sup>に対する検討を行なった。また最大主応力の解析結果と前報<sup>23)</sup>における接着層の破面の観察により、ぜい性接着層におけるクラックの進展の状況を推定した。

## 2. 有限要素解析方法

有限要素解析は、一定ひずみの三角形要素を用いて平面ひずみ場として行なった。被着材は鋼、接着剤はエポキシ樹脂であり、それぞれの弾性定数として表1の値を用いた。なお、接着剤のヤング率およびポアソン比が応力分布におよぼす影響を調べるため、表1の値の外に、

Table 1 Mechanical properties of adherend and adhesive in analyzed models.

	Young's modulus (kg/mm <sup>2</sup> )	Poisson's ratio
Adherend (Steel)	$E=21000$	$\nu=0.3$
Adhesive (Epoxy resin)	$E_a=320$	$\nu_a=0.37$

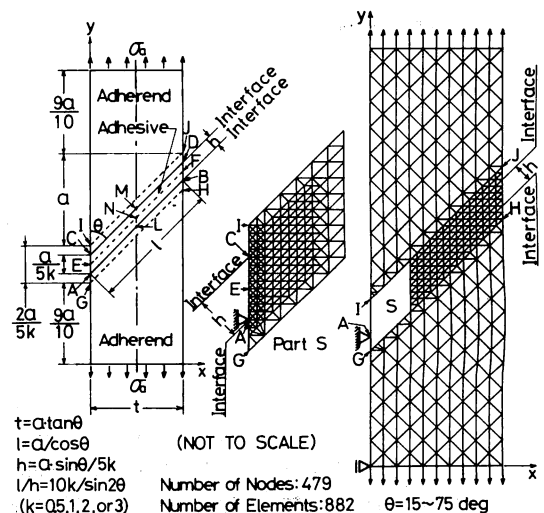


Fig. 1 Finite element models and meshes for scarf joints ( $\theta = 15 \sim 75 \text{ deg}$ ).



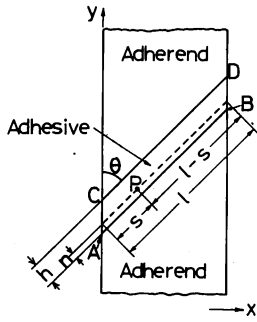


Fig. 4 Co-ordinates in adhesive layer.

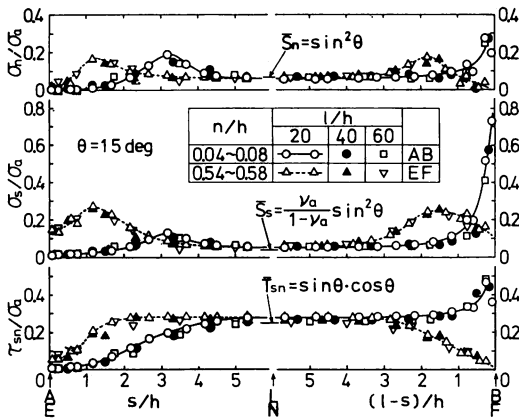


Fig. 5 Stress distributions in adhesive layer ( $\theta = 15$  deg).

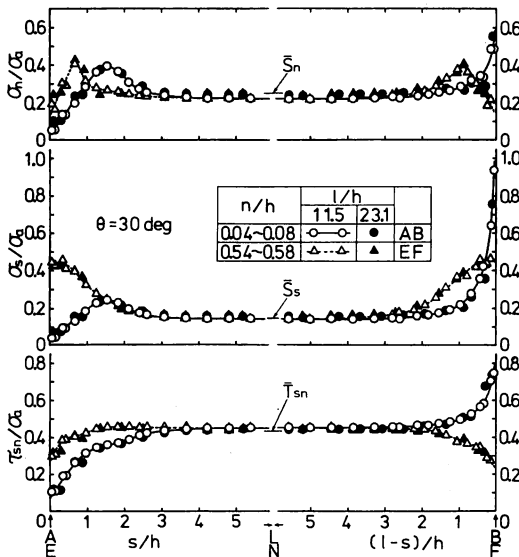


Fig. 6 Stress distributions in adhesive layer ( $\theta = 30$  deg).

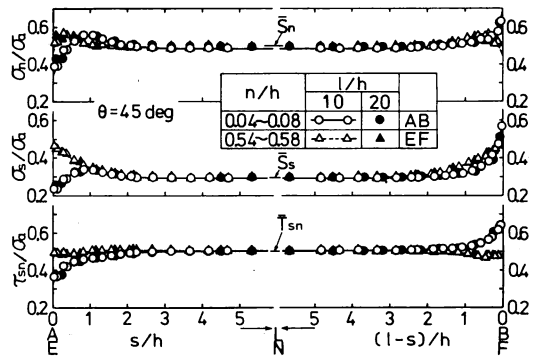


Fig. 7 Stress distributions in adhesive layer ( $\theta = 45$  deg).

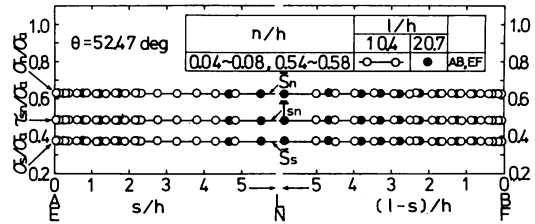


Fig. 8 Stress distributions in adhesive layer ( $\theta = 52.47$  deg).

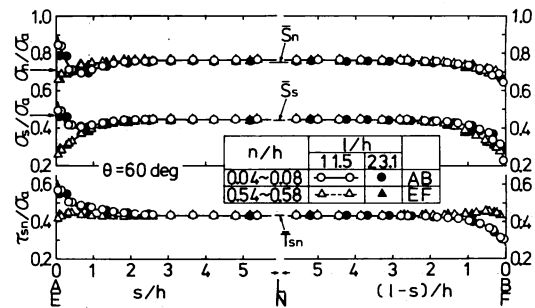


Fig. 9 Stress distributions in adhesive layer ( $\theta = 60$  deg).

中央ENFにおける  $n$  方向および  $s$  方向の垂直応力  $\sigma_n$  および  $\sigma_s$ , せん断応力  $\tau_{sn}$  の計算結果を示す。  $s$  座標は接着層厚さ  $h$  により、応力はいずれも負荷した平均軸応力  $\sigma_a$  によりそれぞれ無次元化して示した。なお継手の右半分のLBおよびNFにおける応力は、解析モデルおよび荷重方法の対称性を利用し、それぞれに対応する継手の左半分の部分の応力計算値を示した。接着層中央のENFの  $n$  方向座標は  $n/h = 0.54 \sim 0.58$  であり、正確に層の中央ではないが、そこにおける応力分布はほぼ左右対称となっている。図5～図11においては、 $l/h$  が約

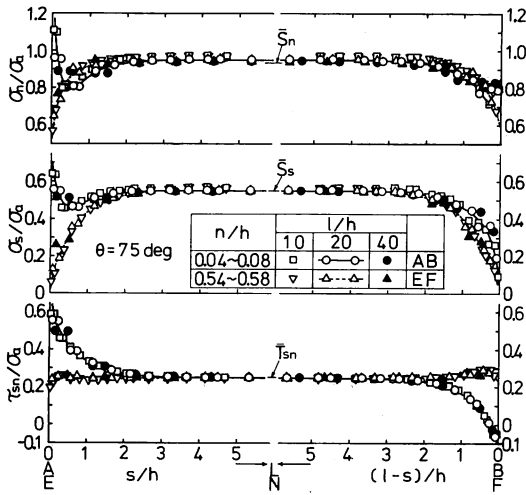


Fig. 10 Stress distributions in adhesive layer ( $\theta = 75 \text{ deg}$ ).

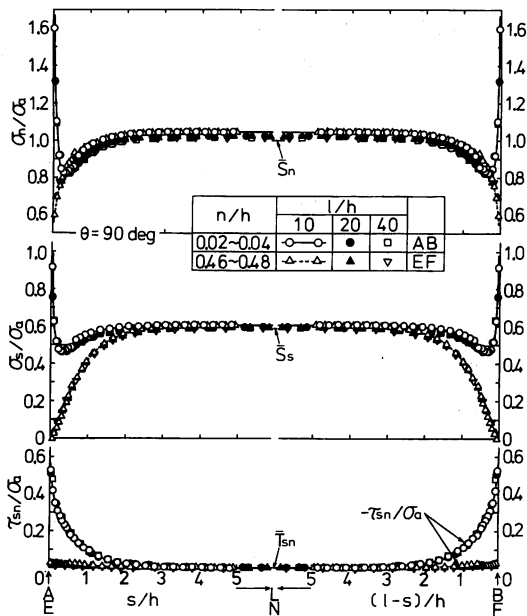


Fig. 11 Stress distributions in adhesive layer ( $\theta = 90 \text{ deg}$ ).

12以上( $l/h=20, 40, 60$ )の場合は接着層の  $s$  方向の中央部の応力は省略した。

いずれの  $\theta$  の場合も、 $l/h$  が異なるそれぞれの場合の応力は、無次元化  $s$  座標により表示することによってほぼ一つの曲線上にのっており、互いにほぼ相似であると言える。また自由端 AC または BD から  $\theta=15^\circ$  の場合約  $5h$ 、 $\theta=30^\circ \sim 90^\circ$  の場合約  $3h$  内側へ入った点より内

部では、いずれの応力も厚さ方向のすべての部分についてほぼ一定となっている。 $\sigma_n$ 、 $\sigma_s$ 、および  $\tau_{sn}$  の最大値および最小値は、 $\theta=15^\circ \sim 75^\circ$  においては接着層境界の A 点(D点)あるいは B 点(C点)において生じており、 $\theta=15^\circ \sim 45^\circ$  においては A 点で最小値、B 点で最大値を示し、 $\theta=60^\circ \sim 75^\circ$  では一般に逆に A 点で最大値、B 点( $75^\circ$  では  $\tau_{sn}$  のみ)で最小値を示している。 $\theta=75^\circ$  の場合  $\sigma_n$  および  $\sigma_s$  は E 点で最小値を示している。 $\theta=90^\circ$  では、 $\sigma_n$  および  $\sigma_s$  は A 点および B 点で最大値、E 点で最小値を示している。 $\tau_{sn}$  の絶対値は A 点および B 点で最大値、接着層中央の L 点(M点)および N 点で最小値(=0)を示している。特に Lubkin の式により求めた  $\theta=52.47^\circ$  においては接着層全域において  $\sigma_n$ 、 $\sigma_s$ 、および  $\tau_{sn}$  ともに均一となり、Lubkin の式が正しいことが証明された。この  $\theta$  においては接着層内のみでなく、被着材においても  $xy$  ( $sn$ ) 面内応力は全く均一であったが、 $z$  方向(紙面に垂直)の応力  $\sigma_z$  はポアソン比の相違により被着材においては  $\sigma_z/\sigma_a = \nu = 0.3$ 、接着層においては  $\sigma_z/\sigma_a = \nu_a = 0.37$  となった。応力集中係数  $f$  を次式、

$$f = \text{最大応力値} / \text{接着層中央部の一定応力値} \quad (3)$$

で表わすならば、A 点または B 点における  $f$  は  $\theta$  が  $52.47^\circ$  から減少あるいは増加するほど大きくなっている。またいずれの  $\theta$  においても  $f$  は  $l/h$  の小さい場合ほど大きくなっている。これは、本報告においては要素分割を一定とし、座標の伸縮により接着層の  $l/h$  を変えているため、 $l/h$  が小さい場合ほど最大応力を示す要素の図心の座標  $s/h$  あるいは  $(l-s)/h$  の値が小さくなり、自由端表面により近くなるためである。

接着層中央 ENF における応力は  $\theta=15^\circ \sim 45^\circ$  においてはおよそ同ような傾向を示している。 $\sigma_n$  および  $\sigma_s$  は自由端から約  $0.5h \sim 2h$  内部へ入った点でピークを示しており、 $\theta$  が大きくなるにしたがいピークの位置が自由端側に移動している。 $\tau_{sn}$  は接着層中央から自由端に向かって次第に減少しており、自由端における値は  $\theta$  が大きくなる( $52.47^\circ$  に近づく)にしたがってもち上がっている。 $\theta=60^\circ \sim 90^\circ$  においては、 $\sigma_n$  および  $\sigma_s$  は層中央から自由端に向かって減少しており、 $\theta$  が大きくなる( $52.47^\circ$  からずれる)ほど自由端における値が小さくなっている。 $\tau_{sn}$  はほぼ一定値を示し、特に  $\theta=90^\circ$  においてはほぼ 0 である。

#### 4.2 接着層自由端付近における応力の相似性について

接着層自由端近傍の応力の相似性は、そこにおける接着層と被着材の形状が幾何学的に相似でありしかも負荷している応力  $\sigma_a$  が均一であること、 $l/h$  がある程度大きいとき自由端付近における応力集中が中央部の一定応

力域の応力値に対して与える影響が比較的小さいことなどによるものと考えられる。引張り荷重下の剛体のバットジョイントにおいて、接着層のアスペクト比がある程度大きい場合の自由端付近での応力の相似性、すなわち無次元化応力がアスペクト比による影響をあまりうけず、近似的に図4の自由端からの無次元化距離  $s/h$  あるいは  $(l-s)/h$  の関数で表わされることは、小島、井上<sup>11)</sup>による解析解およびHarrisonら<sup>10)</sup>の有限要素解析結果において示されている。Harrisonらはアスペクト比が10以上であれば無次元化応力がアスペクト比にほとんど無関係になることを示している。

$l/h$  が大きくなるほど自由端の応力集中部分の接着面積中に占める割合が小さくなり、接着層中央部の一定応力値に与える影響が少なくなるため、図5の  $\theta=15^\circ$ 、図10の  $\theta=75^\circ$ 、および図11の  $\theta=90^\circ$  においては、 $l/h$  の大きいほど応力の相互の一致度が高くなるという傾向がみられ、 $l/h$  が20以上であれば応力はほぼ一致することがわかる。また図6~図9の  $\theta=30^\circ\sim 60^\circ$  においては  $l/h$  が約10以上であれば応力は互いにほぼ一致することがわかる。

4.3 接着層中央部の一定応力域における応力値について

接着層中央部の一定応力値を図12のような近似を行なって求める。図12において、被着材は剛体で接着層厚さは微小であり、接着層内において応力は全く均一であると仮定する。そのとき接着面に垂直には平均軸応力  $\sigma_a$  の分応力すなわち、

$$\sigma_n = \sigma_a \sin^2 \theta \tag{4}$$

が作用し、接着面に平行にはせん断分応力；

$$\tau_{sn} = \sigma_a \sin \theta \cdot \cos \theta = \sigma_a (\sin 2\theta)/2 \tag{5}$$

が作用するものとする。さらに接着層内は平面ひずみ状態であるとみなし、 $s$  方向および  $z$  方向の収縮が被着材の存在により拘束されることにより、 $\sigma_s = \sigma_z$  の引張り応力が作用するものとする。等方弾性体における広い意味でのHookeの法則<sup>24)</sup>により、 $s$  方向のひずみ  $\epsilon_s$  は、

$$\epsilon_s = (\sigma_s - \nu_a \sigma_n - \nu_a \sigma_z) / E_a \tag{6}$$

(6)式に  $\epsilon_s = 0$ 、 $\sigma_s = \sigma_z$  を代入すれば次式のように  $\sigma_s$  および  $\sigma_z$  が得られる。

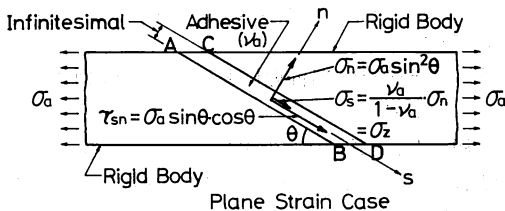


Fig. 12 Simplification of stresses in adhesive layer.

$$\sigma_s = \sigma_z = \frac{\nu_a}{1-\nu_a} \sigma_n = \frac{\nu_a}{1-\nu_a} \cdot \sigma_a \sin^2 \theta \tag{7}$$

Lubkin<sup>1)</sup>は被着材も弾性体として  $\sigma_s$  および  $\sigma_z$  (いずれも均一応力) を求めており、その式において  $E_a/E_1=0$  とおけば(7)式に一致する。(4)、(5)、および(7)式の  $\sigma_n$ 、 $\tau_{sn}$ 、 $\sigma_s$ 、および  $\sigma_z$  の  $\sigma_a$  による無次元化応力を  $\bar{\sigma}_n$ 、 $\bar{\tau}_{sn}$ 、 $\bar{\sigma}_s$ 、および  $\bar{\sigma}_z$  とすれば、

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_n &= \sin^2 \theta \\ \bar{\tau}_{sn} &= \sin \theta \cdot \cos \theta \\ \bar{\sigma}_s &= \bar{\sigma}_z = \frac{\nu_a}{1-\nu_a} \cdot \sin^2 \theta \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

図5~図11には(8)式による  $\bar{\sigma}_n$ 、 $\bar{\tau}_{sn}$ 、および  $\bar{\sigma}_s$  の計算値を曲線の中央部分に示した。有限要素法による接着層中央の一定応力値は、いずれもほぼ(8)式による計算値に一致しており、 $l/h$  の増加により(8)式の計算値に収束する傾向がみられる。 $\theta=52.47^\circ$  では両応力値は全く一致した。以上により鋼のスカーフジョイントの接着層の応力は(4)、(5)、および(7)式で近似できることがわかる。

4.4 剛体のスカーフジョイントの接着層に均一応力分布を与えるスカーフ角度について

図12のような剛体のスカーフジョイントにおいて均一応力分布を与える  $\theta$  を求める。(4)、(5)、および(7)式で表わされる  $\sigma_n$ 、 $\tau_{sn}$ 、および  $\sigma_s$  を、最大主応力  $\sigma_1$  および最小主応力  $\sigma_2$  を与える次式；

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{aligned} \right\} = \frac{1}{2} [\sigma_s + \sigma_n \pm \sqrt{(\sigma_s - \sigma_n)^2 + 4\tau_{sn}^2}] \tag{9}$$

に代入し、 $\sigma_2 = 0$  とおけば次式が得られる。

$$\tan^2 \theta = 1 / \left( \frac{\nu_a}{1-\nu_a} \right) \tag{10}$$

(10)式が成立する  $\theta$  を有するスカーフジョイントにおいては  $\sigma_2 = 0$  であるから、 $\sigma_1$  の方向および大きさは  $\sigma_a$  に一致し、接着層内の応力は均一になると考えられる。(10)式はまた、接着層の  $s$  方向の収縮が拘束されることによって生じる(7)式の引張り応力  $\sigma_s$  を、 $\sigma_a$  の  $s$  方向の分応力；

$$\sigma_s = \sigma_a \cos^2 \theta \tag{11}$$

と等置することによっても導かれる。さらにLubkinによる(2)式において接着剤のヤング率が被着材のヤング率に比して十分小さいとみなし、 $E_2/E_1=0$ 、 $\nu_2=\nu_a$  とおけば(10)式に一致する。(10)式に表1の  $\nu_a=0.37$  を代入すれば  $\theta=52.54^\circ$  が得られ、これは(2)式による  $\theta=52.47^\circ$  とほとんど等しい。付録に示したように、この接着剤を素材とする図A-1の材料2を引張った場合、 $\theta=52.54^\circ$  の斜面CDの長さは、変形前後において全く変化しない。

4.5 最大主応力 $\sigma_1$ および八面体せん断応力 $\tau_{oct}$ の分布

図13および図14には接着層境界ABにおける $\sigma_1$ および次式による $\tau_{oct}$ の計算結果を示す。

$$\tau_{oct} = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} / 3 \quad (12)$$

$(3/\sqrt{2})\tau_{oct}$ はMises形等価応力に等しい。いずれの $\theta$ の場合でも図13の $\sigma_1$ の形状は図5~図11の対応する $\sigma_n$ および $\sigma_s$ の形状に、図14の $\tau_{oct}$ の形状は同じく $\tau_{sn}$ の形状に類似している。 $l/h$ が異なる場合の接着層自由端付近での応力の相似性、中央部における一定応力域の存在、最大および最小応力値の生じる点、 $\theta = 52.47^\circ$ において全く均一応力となること( $\sigma_2$ が異なるため $\tau_{oct}$ は被着材と接着層とでは少し異なった値を示す)、自由端における応力集中係数 $f$ が $\theta$ が $52.47^\circ$ からずれるほど大きくなることなど $\sigma_n$ 、 $\sigma_s$ 、 $\tau_{sn}$ においてみられたのと同様傾向を示している。表3には $\sigma_1$ および $\tau_{oct}$ の応力集中係数 $f$ の値を示した。 $\sigma_n$ 、 $\sigma_s$ 、および $\tau_{sn}$ の場合と同じ理由により、 $l/h$ が小さいほど $f$ が大きくなっている。(8)式の無次元化応力を(9)式および(12)

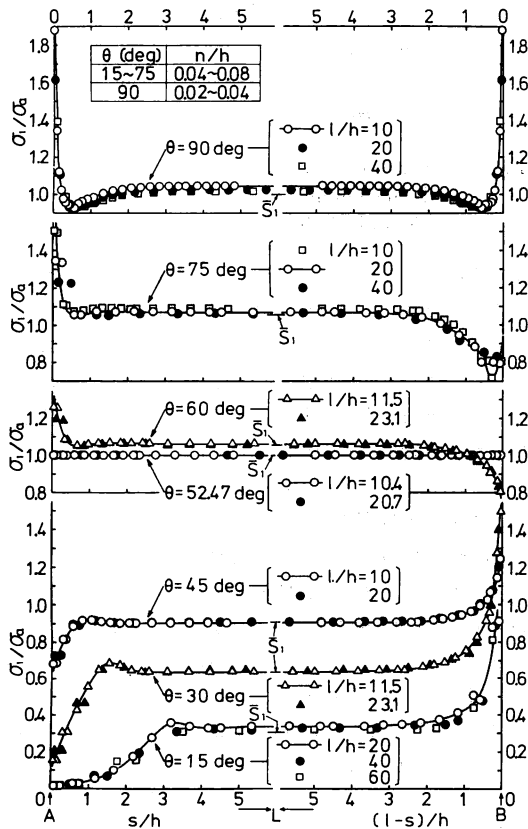


Fig. 13 Interfacial distributions of maximum principal stresses.

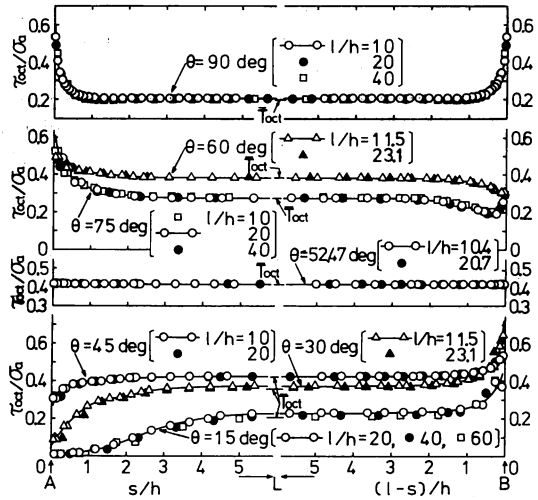


Fig. 14 Interfacial distributions of octahedral shear stresses.

Table 3 Stress concentration factors  $f$  in adhesive layers.

$\theta$ (deg)	$l/h$	Stress concentration factor $f$	
		$\sigma_1$	$\tau_{oct}$
15	20	2.75	1.73
	40	2.77	1.78
	60	2.56	1.89
30	11.5	2.35	1.73
	23.1	2.19	1.69
45	10	1.37	1.26
	20	1.32	1.24
52.47	10.4	1.00	1.00
	20.7	1.00	1.00
60	11.5	1.19	1.28
	23.1	1.13	1.24
75	10	1.39	1.89
	20	1.26	1.77
	40	1.16	1.60
90	10	1.80	2.58
	20	1.58	2.43
	40	1.38	2.25

式に代入して得られる $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、および $\tau_{oct}$ の無次元化応力 $\bar{S}_1$ 、 $\bar{S}_2$ 、および $\bar{T}_{oct}$ は、

$$\left. \begin{aligned} \bar{S}_1 \\ \bar{S}_2 \end{aligned} \right\} = \frac{1}{2} \left[ \bar{S}_s + \bar{S}_n \pm \sqrt{(\bar{S}_s - \bar{S}_n)^2 + 4\bar{T}_{sn}^2} \right] \\ \bar{T}_{oct} = \sqrt{(\bar{S}_1 - \bar{S}_2)^2 + (\bar{S}_2 - \bar{S}_3)^2 + (\bar{S}_3 - \bar{S}_1)^2} / 3 \quad (13)$$

図13、図14の曲線の中央および表4には(13)式による $\bar{S}_1$ および $\bar{T}_{oct}$ の計算値を示した。表4には接着層中央の一定応力域の値を併記した。いずれの $\theta$ においても

**Table 4** Comparison of stresses in uniform stress regions with stresses calculated by formula (13).

$\theta$ (deg)	Stress in uniform stress region of adhesive layer			Stress calculated by formula (13)		
	$l/h$			$\bar{S}_1$	$\bar{T}_{oct}$	
15	$l/h$	20	40	60		
	$S_1$	0.331	0.321	0.317	$\bar{S}_1$	0.304
	$T_{oct}$	0.229	0.215	0.211	$\bar{T}_{oct}$	0.205
30	$l/h$	11.5	23.1			
	$S_1$	0.636	0.639		$\bar{S}_1$	0.634
	$T_{oct}$	0.372	0.364		$\bar{T}_{oct}$	0.357
45	$l/h$	10	20			
	$S_1$	0.903	0.906		$\bar{S}_1$	0.907
	$T_{oct}$	0.422	0.421		$\bar{T}_{oct}$	0.420
52.47	$l/h$	10.4	20.7			
	$S_1$	1.000	1.000		$\bar{S}_1$	0.999
	$T_{oct}$	0.413	0.413		$\bar{T}_{oct}$	0.413
60	$l/h$	11.5	23.1			
	$S_1$	1.062	1.059		$\bar{S}_1$	1.055
	$T_{oct}$	0.382	0.382		$\bar{T}_{oct}$	0.382
75	$l/h$	10	20	40		
	$S_1$	1.086	1.069	1.062	$\bar{S}_1$	1.056
	$T_{oct}$	0.278	0.276	0.275	$\bar{T}_{oct}$	0.273
90	$l/h$	10	20	40		
	$S_1$	1.044	1.022	1.006	$\bar{S}_1$	1
	$T_{oct}$	0.206	0.201	0.198	$\bar{T}_{oct}$	0.195

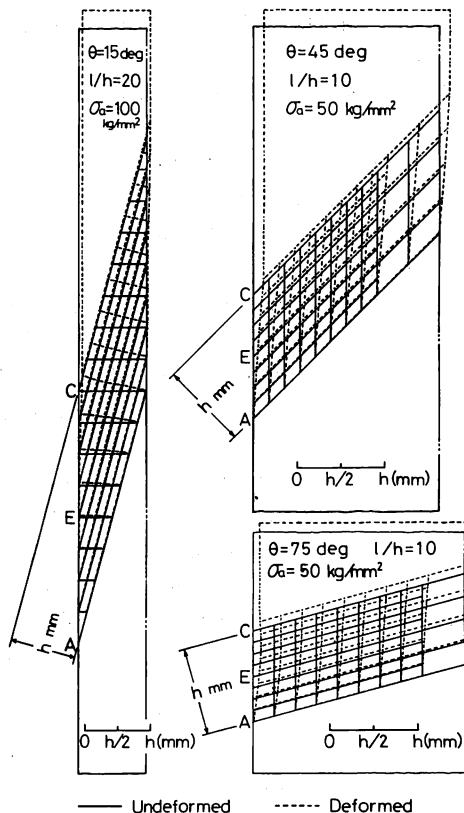
$$S_1 = \sigma_1 / \sigma_a, T_{oct} = \tau_{oct} / \sigma_a$$

一定応力域の応力は  $\sigma_1, \tau_{oct}$  ともに(13)式による計算値にほぼ一致しており、 $l/h$ の増加により前者は後者に収束するものと思われる。

図1の継手の厚さ  $t$  が一定であれば、 $\theta$  の増加にともなって応力を負担する接着面積が減少するため、一定応力域における  $\sigma_1$  の値は一般に増加している。一定応力域における  $\tau_{oct}$  の値は、 $\theta$  の増加にともなって  $\sigma_n, \sigma_s$ 、および  $\sigma_s$  が増加して応力三軸度が増し主応力偏差が減少するため、 $\theta \geq 45^\circ$  においては減少している。 $\theta \leq 45^\circ$  においては、 $\theta$  の減少により応力三軸度は低下するがそれよりも接着面積の増加による影響が大きく、 $\tau_{oct}$  は減少している。

**4.6 節点変位図および主応力方向図**

図15に  $\theta = 15^\circ, 45^\circ$ 、および  $75^\circ$  における接着層内の簡略化した節点変位図(部分)を示す。変位を拡大するため実際の継手の破壊応力の約10倍の応力  $\sigma_a$  を加えた状態を示している。 $\theta = 15^\circ \sim 45^\circ$  においては自由端において接着層が三角形状に切り取られている面積が広く、図からわかるようにA点およびE点付近の接着層は上側の被着材からの変形の影響をうける度合が少ないため応力が小さく、逆にC点付近の接着層は局所的に被着材に



**Fig. 15** Simplified partial diagrams of nodal points displacements in adhesive layers ( $\theta = 15, 45, \text{ and } 75 \text{ deg}$ ).

より引張られており、そのため大きな応力が生じたものと考えられる。一方  $\theta$  が大きな  $75^\circ$  の場合には、接着剤は被着材により  $n$  方向の引張り分力をうけて自由端ではくびれを生じる傾向(AECが凹面になっている)がみられ、また  $s$  方向にせん断分力をうけてずれ変形が生じているが、両者による変形がA点では重畳するため最大応力値を示し、逆にC点では打ち消し合うため最小応力が生じたものと推定される。

図16には接着層内(左側半分)における主応力  $\sigma_1, \sigma_2$  の方向および大きさの簡略図を示した。一定応力域における  $\sigma_1$  の方向と軸方向とは  $\theta = 52.47^\circ$  において全く一致し  $\sigma_2 = 0$  となり、 $\theta < 52.47^\circ$  においては  $\theta$  の減少にともなって  $\sigma_1$  の方向が軸方向より少し左へ傾いている。また  $\theta > 52.47^\circ$  においては  $\theta$  の増加とともに  $\sigma_1$  の方向は少し右に傾き、 $\theta = 90^\circ$  において再び軸方向に一致している。 $\sigma_2$  は  $\theta < 52.47^\circ$  においてはすべて圧縮応力であるが、 $\theta > 52.47^\circ$  においては引張り応力となり、その絶対値は  $\theta$  が  $52.47^\circ$  よりずれるほど大きくなっている。したがって  $\theta > 52.47^\circ$  では  $\theta$  の増加とともに応力三軸度が増加する。



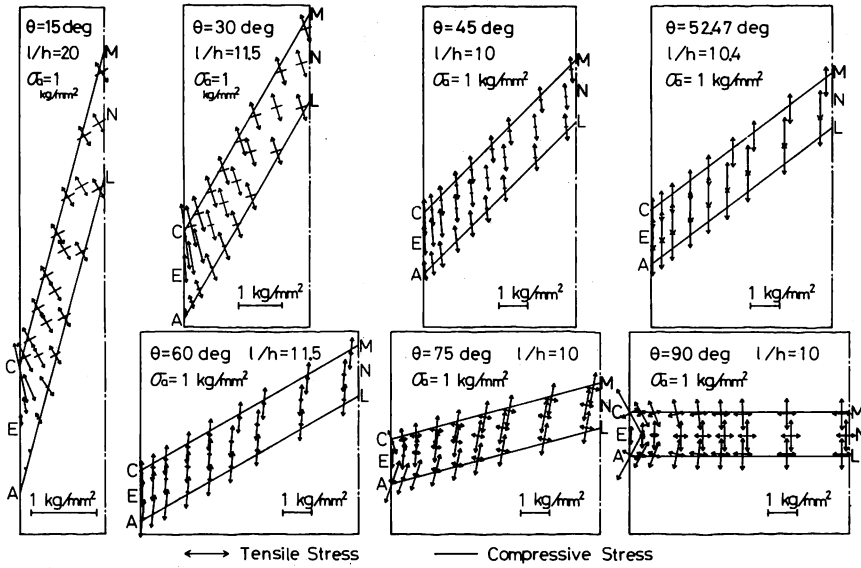


Fig. 16 Simplified principal stress patterns in adhesive layers.

図15と図16とを対応させることにより、他の $\theta$ における接着層の変形が推定できる。

4.7 ぜい性接着層の破壊の経過

ぜい性クラックの進行方向が最大引張り応力に直角になること<sup>26)</sup>を考慮して図16の主応力方向図の検討を行ない、さらに前報<sup>23)</sup>におけるぜい性接着剤を用いた試験片の破面を観察することにより、接着層におけるクラックの進展状況を推定し図17に示した。一定応力域内で接着面に平行なせん断応力成分の生じる $\theta \leq 75^\circ$ においては、図17右上のように最初に接着層中央付近で $z$ 方向全体にクラックが生じ(破面の方向は最大主応力に直角)、次いで最大主応力に直角方向の微小クラック(microcrack<sup>26)</sup>)を誘発させながら境界にそって自由端ACまたはBDに向かってクラックが進む。この微小クラックの発生により接着層から引き抜かれた細長く微小な棒状の接着剤の連なりおよびその引き抜かれたあとの穴の連なりが、図17左上および前報<sup>23)</sup>のように羽毛状に見える。 $\theta \leq 45^\circ$ では自由端のB点およびC点で最大応力を示すため、破壊は図17右上のように境界LBおよびMC(図1)にそって起こるが、 $\theta = 60^\circ$ および $75^\circ$ では逆にA点およびD点で最大応力を示すため図17とは異なり境界LAおよびMDにそって破壊が生じる。

一方 $\theta = 90^\circ$ においては、図17下のようにクラックは応力集中の大きなA、B、C、またはD点のうちいずれか1個所において開始し、その近傍においては最大主応力に直角の方向が接着層境界に対し鋭角をなすためクラックは界面にそって進行した後、一定応力域では最大主応力に直角の方向が境界に全く平行になるため、クラック

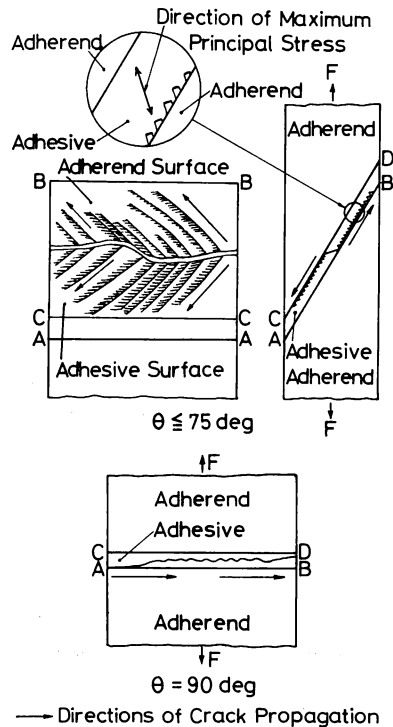


Fig. 17 Propagations of cracks in brittle adhesive layers.

クは接着層内部を進行して反対側の自由端に至る。 $\theta = 90^\circ$ に近い $\theta = 60^\circ$ および $75^\circ$ の破面においては、図17上の破壊に加えて図17下の破壊が一部混在する。

4.8 接着剤のポアソン比およびヤング率と応力分布との関係

接着剤のヤング率  $E_a$  のみを表1の  $320 \text{ kg/mm}^2$  から  $50 \text{ kg/mm}^2$  とした場合およびポアソン比  $\nu_a$  のみを  $0.37$  から  $0.45$  に変えた場合の応力解析を  $\theta = 30^\circ, 60^\circ$ , および  $90^\circ$  の場合について行ない、表1の値を用いた計算結果とともに図18~図20に示した。また図の中央部には(8)式による近似応力  $\bar{S}_n, \bar{S}_s$ , および  $\bar{T}_{sn}$  の値を示した。一定応力域における応力の収束値であるそれらの近似応力値は接着層のヤング率には無関係であり、ポアソン比に関係があるのは  $\sigma_s$  ( $\sigma_z$ ) のみであるため、図18~図20においてもその傾向が現われている。すなわちヤ

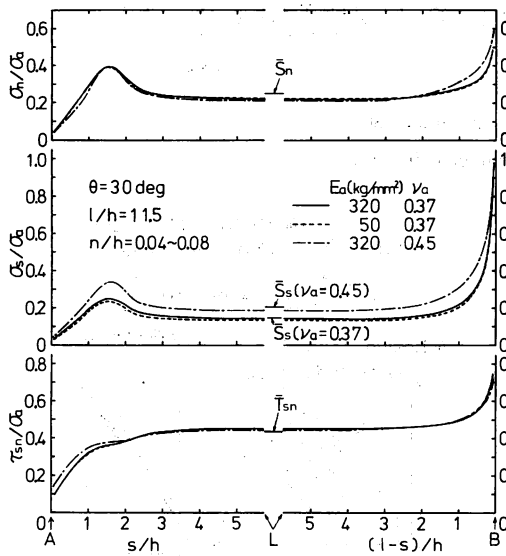


Fig. 18 Effects of mechanical properties of adhesives on stress distributions in adhesive layers ( $\theta = 30 \text{ deg}$ ).

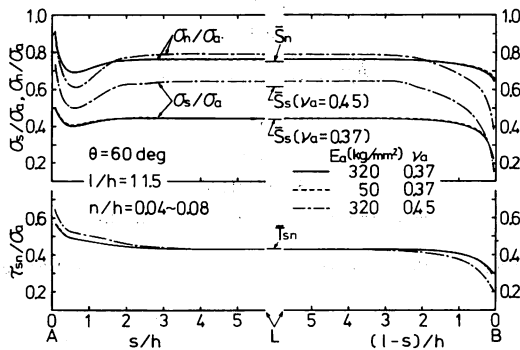


Fig. 19 Effects of mechanical properties of adhesives on stress distributions in adhesive layers ( $\theta = 60 \text{ deg}$ ).

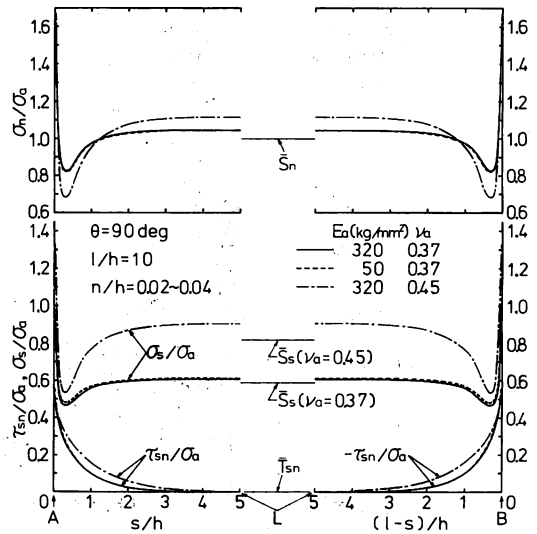


Fig. 20 Effects of mechanical properties of adhesives on stress distributions in adhesive layers ( $\theta = 90 \text{ deg}$ ).

ング率の変化はいずれの応力分布にもほとんど影響を与えていない。またポアソン比による影響は  $\sigma_s$  においてははっきり現われているが、他の応力においては少ししかみられない。近似応力値  $\bar{S}_n, \bar{S}_s$ , および  $\bar{T}_{sn}$  は接着層中央付近のそれぞれの応力値にほぼ一致している。 $\theta = 90^\circ$  においては、 $l/h = 10$  であり、 $\nu_a = 0.45$  の場合の  $\sigma_n$  および  $\sigma_s$  は自由端付近でのうねりが大きいため、一定応力域の応力は  $\bar{S}_n$  および  $\bar{S}_s$  に十分一致していないが、 $l/h$  がさらに増加すればその値に収束するものと考えられる。

5. 結 言

引張り荷重下の鋼のスクーフジョイントの2次元応力解析を有限要素法により行ない、スクーフ角度、接着層のアスペクト比、ヤング率、およびポアソン比が応力分布に与える影響について調べた。またLubkinの解析<sup>1)</sup> に対し検討を加え、その力学的意味をより明らかにした。

(1) 接着層においては、自由端から内側へ  $3h \sim 5h$  に入った点までを除いた大部分においてはほとんど一定応力値を示す。

(2) 一定応力域における応力は、接着層内の応力を図12のように単純化することにより、よく近似される。

(3)  $\sigma_1$  および  $\tau_{oct}$  の最大値および最小値は自由端付近において生じ、 $\theta = 15^\circ \sim 45^\circ$  においてはA点で最小値、B点で最大値を示し、 $\theta = 60^\circ$  においては逆にA点で最大値、B点で最小値を示す。 $\theta = 75^\circ$  および  $90^\circ$  においてはA点( $90^\circ$  の場合はB点も同じ)で最大値、E点( $75^\circ$  の

$\tau_{oct}$  のみはB点)で最小値を示す。

(4) 接着層自由端付近の応力分布は、 $\theta$  が等しければアスペクト比が $\theta = 30^\circ \sim 60^\circ$  の場合約10以上、 $\theta = 15^\circ, 75^\circ$ , および $90^\circ$  の場合は約20以上であれば互いにほぼ相似となる。

(5) Lubkin の式により求めた $\theta = 52.47^\circ$  においては継手全体にわたり全く均一な応力分布を示し、 $\theta$  がその値からずれるほど自由端における応力集中が大きくなる。

(6)  $\theta$  が $52.47^\circ$  から増加するにしたがって接着層内の応力三軸度が増加する。

(7) 主応力の方向および接着層破面の観察により、ゼイ性接着層の破壊の経過を推定した。

(8) 接着層内の応力分布に対し、接着剤のヤング率を与える影響は少ないが、ポアソン比は比較的大きな影響を与える。

終りに本研究の有限要素解析に対し有益な助言をいただいた当部鈴木裕氏に対し深謝の意を表します。また接着層におけるクラックの進展に関し有益な示唆をいただいた九州芸術工科大学能野謙介氏ならびに東京工業大学工学部松尾陽太郎博士に対し深謝の意を表します。

**Appendix 均一応力分布が生じるスカーフ角度を与える式の導出**

図A-1のように同一断面形状(厚さ $t \times$ 単位幅)を有する2種類の材料1および材料2のヤング率を $E_1$  および $E_2$ , ポアソン比を $\nu_1$  および $\nu_2$  とする。両材料の中央にそれぞれ軸方向と角 $\theta$  をなす面ABおよびCD ( $AB = CD = l$ ) を想定し、それらの長さの軸方向成分を $a$  とす

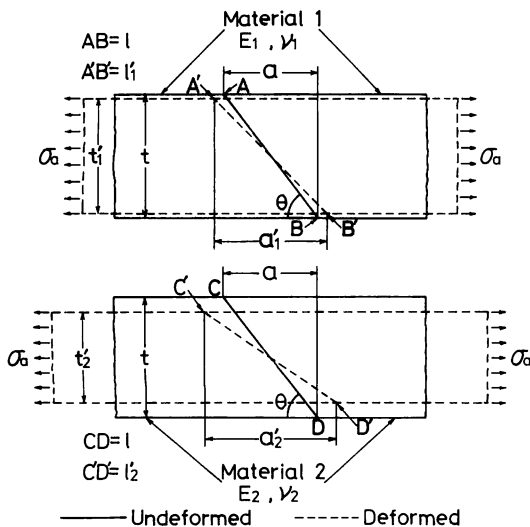


Fig. A-1 Deformations of two bars of dissimilar materials loaded in tension.

れば、

$$a = t / \tan \theta \tag{A-1}$$

両材料に図A-1のようにそれぞれ同一引張り応力 $\sigma_a$  を作用させ、ABおよびCDがA'B'およびC'D'のように変形した時、 $t$  および $a$  は次式のようにそれぞれ $t'_1, t'_2$ , および $a'_1, a'_2$  のように変化する(平面応力場)。

$$\left. \begin{aligned} a'_i &= (1 + \sigma_a / E_i) a \\ t'_i &= (1 - \nu_i \sigma_a / E_i) t \end{aligned} \right\} i=1, 2 \tag{A-2}$$

したがってA'B'およびC'D'の長さ $l'_1$ および $l'_2$ は、

$$\begin{aligned} (l'_i)^2 &= (a'_i)^2 + (t'_i)^2 \\ &= t^2 \left[ \left(1 + \frac{\sigma_a}{E_i}\right)^2 \frac{1}{\tan^2 \theta} + \left(1 - \frac{\nu_i \sigma_a}{E_i}\right)^2 \right] \\ &: i=1, 2 \end{aligned} \tag{A-3}$$

ここで変形後の両斜面の長さを次のように等しく置き、 $A'B' = C'D'$ , すなわち $(l'_1)^2 = (l'_2)^2$  (A-4) さらに軸方向のひずみの二乗の項を微小量として無視すれば $[(\sigma_a / E_i)^2 \approx 0]$ , 次式が得られる。

$$\frac{1}{\tan^2 \theta} \left( \frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_2} \right) = \frac{\nu_1}{E_1} - \frac{\nu_2}{E_2} \tag{A-5}$$

この式より直ちにLubkinの導いた(1)式が得られ、ここで $E_i \rightarrow E_i / (1 - \nu_i^2)$ ,  $\nu_i \rightarrow \nu_i / (1 - \nu_i)$  のように置き換えを行えば平面ひずみの場合の(2)式が得られる。上式が成立する $\theta$  においては図A-1の材料1および材料2の斜面の長さは変形後も完全に一致するため、材料1の半分を材料2の半分により置き替えて接合した材料においても、引張り荷重を作用させた時応力分布は完全に均一となる。その結合材は変形後くの字形をなす。なお材料1が剛体であれば(A-5)式、(1)式または(2)式において $1/E_1 = 0$  とおけばよい。その時得られる $\theta$  を有する材料2の斜面CDの長さは変形前後において全く変化しない。

(1978年9月20日第22回材料研究連合講演会および1979年4月20日第1回構造接着シンポジウムにて発表)

文 献

- 1) J. L. Lubkin, *J. Appl. Mechanics*, **24**, 255 (1957).
- 2) F. Erdogan, M. Ratwani, *J. Composite Materials*, **5**, 378 (1971).
- 3) L. J. Hart-Smith, *NASA CR112237*, Jan. (1973).
- 4) 辻 一郎, 島田平八, 日本機械学会論文集(第1部), **30**-218, 1192 (1964).
- 5) T. Wah, *Int. J. Solids Structures*, **12**, 491 (1976).
- 6) 永弘太郎, 能野謙介, 上田 宏, 第18回接着研究発表会講演要旨集, P.25 (1980).
- 7) R. M. Barker, F. Hatt, *AIAA J.*, **11**, 1650

- (1973).
- 8) R. D. Adams, N. A. Peppiatt, *J. Adhesion*, **9**, 1 (1977).
- 9) 松田 弘, 山口章三郎, 日本接着協会誌, **15**, 305 (1979).
- 10) H. Matsuda, Y. Yamaguchi, *Proc. 22nd Japan Cong. Materials Research*, 342 (1979).
- 11) 小島陽之助, 井上幸彦, 工業化学雑誌, **61**, 43 (1958).
- 12) 斎藤秀雄, 日本機械学会論文集, **19**-83, 1 (1953).
- 13) G. H. Lindsey, *J. Applied Physics*, **38**, 4843 (1967).
- 14) T. Tanaka, K. Taniyama, *Proc. 19th Japan Cong. Materials Research*, 179 (1976).
- 15) 杉林俊雄, 池上皓三, 白鳥英亮, 日本接着協会誌, **17**, 50 (1981).
- 16) 坂田興亜, 碓井雄一, 精機学会秋季大会学術講演会論文集, P.527 (1979).
- 17) 辻 一郎, 日本機械学会論文集(第1部), **41**-341, 109 (1975).
- 18) C. Mylonas, *Proc. Soc. Exp. Stress Analysis*, **12**, 129 (1955).
- 19) N. L. Harrison, W. J. Harrison, *J. Adhesion*, **3**, 195 (1972).
- 20) R. S. Alwar, Y. R. Nagaraja, *J. Adhesion*, **7**, 279 (1976).
- 21) R. D. Adams, J. Coppendale, N. A. Peppiatt, *J. Strain Analysis*, **13**, 1 (1978).
- 22) 増岡岑夫, 中尾一宗, 日本接着協会誌, **14**, 125 (1978).
- 23) 松本 淳, 小幡 鍊, 鈴木靖昭, 日本接着協会誌, **14**, 288 (1978).
- 24) 森口繁一, 岩波講座現代応用数学, B.7-a., 2次元弾性論, p.2, 岩波書店(1957).
- 25) 横堀武夫, 材料強度学, 第2版, p.132, 岩波書店(1978).
- 26) W. D. Bascom, C. O. Timmons, R. L. Jones, *J. Materials Science*, **10**, 1037 (1975).
-